**Методические материалы по написанию вступительного теста в магистратуру ВШФМ.**

**Раздел 1. Финансовая математика. Индексы, доходности.**

***Ключевые соотношения для расчета доходности актива.***

Пусть существует изменение некоторого фактора во времени. Не вникая в то, по каким законам происходит это изменение, попытаемся ответить на следующие вопросы:

1. Как можно сравнить изменения *одного и того же* фактора *за различные периоды*;

2. Как можно сравнить изменения *разных* факторов *за один и тот же промежуток времени*.

Математика знает *всего два метода сравнения разных величин*:

1). Вычитание одной величины из другой и анализ знака полученного результата. Если мы сравниваем величины **А** и **Б**, то если **А - Б > 0**, то мы говорим о том, что величина **А** больше величины **Б** (**А>Б**) и наоборот.

2). Деление одной величины на другую и сравнение полученного результата с единицей. Сравнивая величины **А** и **Б** этим способом имеем:

если **А/Б > 1**, то **А>Б**. Если **А/Б<1**, то **А<Б.**

При расчете доходности используются следующие ключевые соотношения:

**I. Прирост ценности актива за время владения.**

1. Рассчитывается как разница между текущей и первоначальной значением измеряемой величины:

******

**Прирост ценности актива = Цена продажи - Цена покупки**

или, в виде формулы:

***ΔV = Vt - V0***

**(1.1.0)**

2. Показатель, характеризующий абсолютное изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"На сколько?";*

3. Имеет размерность;

4. Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение;

5. Показатель можно только *складывать* или *вычитать*.

Если мы рассматриваем изменение ценности какого либо актива, мы будем называть абсолютный прирост*доходом* при положительном значении и *убытками* при отрицательном значении прироста*.*

**II. Рост ценности актива (индекс, индекс роста).**

1. Рассчитывается как отношение текущей к первоначальной цене актива:

**Рост ценности актива =** **Цена продажи / Цена покупки**

или, в виде формулы:

$$I=\frac{V\_{t}}{V\_{0}}$$



**(1.1.1)**

2. Показатель, характеризующий изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"Во сколько раз?"***;**

3. *Не имеет размерности*. Измеряется либо*в долях единицы***,** либо*в процентах***.** Для расчета в процентах индекс необходимо умножить на 100%. ;

4. В числителе и знаменателе стоит одна и та же величина отличающаяся либо *временем*, либо *местом*. Может иметь только *положительное*значение.

5. Показатель можно только *умножать* или *делить.*

**III. Относительный прирост ценности актива (инвестиций).**

1. Рассчитывается как отношение*абсолютного прироста*к первоначальному*вложению***.** Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение.

**Относительный прирост = (Цена продажи - Цена покупки) / Цена покупки**

или, в виде формулы:

$$ r=\frac{V\_{t}-V\_{0}}{V\_{0}}$$



**(1.1.2)**

2. Показатель, характеризующий относительное изменение измеряемой величины и отвечающий на вопрос:*"На сколько процентов?"*;

3. *Не имеет размерности*. Измеряется либо*в долях единицы***,** либо*в процентах***.** Для расчета в процентах индекс необходимо умножить на 100%;

4. Может иметь как*положительное***,** так и*отрицательное*значение;

5. Показатель можно только *складывать* или *вычитать*.

Эти соотношения справедливы как для активов по которым производятся выплаты за время их владения (акции по которым выплачиваются дивиденды, облигации с купонным выплатам и т.д.), так и для активов, по которым подобные выплаты отсутствуют (векселя, депозиты в банке, бескупонные облигации. сертификаты на драгметаллы и т.д.), но если в первом случае в текущую ценность ***Vt***эти выплаты включаются, то во втором - текущая ценность отражает только ценность актива на момент окончания периода владения.

Используя соотношения (1.1.1) и (1.1.2) можно легко получить из индекса доходность и наоборот:

***I -1 = r или I = 1+r***

**(1.1.3)**

Соотношения (1.1.0), (1.1.1), (1.1.2) справедливы не только для активов формирующих свою доходность на момент окончания владения, но активов приносящих дополнительные выгоды в течении периода владения - отличия только в смысле ценности актива на момент окончания владения.

Необходимо сделать два важных замечания:

Первое: формула (1.1.3) очень важна, поскольку позволяет связать индекс роста и относительный прирост простым соотношением: зная относительный прирост индекс получаем простым прибавлением единицы. Если относительный прирост дан в процентах, то следует прибавить 100%.

Второе: в данной формуле рассматривается относительный прирост только за один период времени. Если было несколько периодов времени, то расчеты ведутся по каждому периоду отдельно.

**Задача 1.1.** Инвестор приобрел 120 штук акций компании ART по цене $100 за штуку и продал их через некоторое время по цене $104 за штуку. Рассчитать доход операции, рост инвестиций и доходность операции.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Сумма инвестиций составила = 120\*$100 = $12 000. Доход = 12 480 - 12 000 = $ 480 |
| Рост = 12 480/12 000 = 1,04; Доходность = 1,04 - 1 = 0,04 или 4% |

**Задача 1.2.** Рассчитать рост инфляции (индекса цен) в 1996 году, если за год инфляция выросла на 420%. (*Использовать соотношение описывающее связь между ростом и относительным приростом*)

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Поскольку **I -1 = ΔI** → **I =** **ΔI + 1 или, в процентах, I =** **ΔI% + 100% =** |
| **= 420%+100% = 520%.** **Ответ:** рост инфляции составил 520% |

**Задача 1.3.** Рассчитать рост заработной платы за 2007 год, если на 31 декабря 2006 года средняя з/п составляла 12 500 руб., а на 31 декабря 2007 года 14 600 руб.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:** |  |
| Ответ = 14600/12500 × 100% = 116,8% |

***§1.2. Расчет доходности за несколько периодов. Приведение индекса и доходности к годовому показателю.***

Если есть несколько периодов инвестиций с известным индексом роста, то итоговый индекс роста - за все периоды владения - рассчитывается не как *сумма индексов* за эти периоды (поскольку индексы мультипликативные, а не аддитивны показатели), а как *произведение* этих индексов.

Если *индексы за каждый период равны*, то результирующий индекс за **n** периодов рассчитывается как:

***Iрез. = Iin***

**(1.2.0)**

Если необходимо рассчитать рост показателя за несколько периодов, *причем каждый характеризуется своими темпами роста*, то итоговый индекс находится как произведение индексов отражающих изменение показателя за каждый период, т.е.

***Iрез. = I1×I2×...×In***

**(1.2.1)**

Из формулы расчета индекса за несколько периодов следует, что средний рост за несколько периодов находится как*среднее геометрическое***.**

**(1.2.2)**

$$I\_{сред.} = \sqrt[n]{I\_{1}×I\_{2}×…×I\_{n}}$$

Не обладает аддитивностью и *относительный прирост* (доходность). Поэтому доходность за несколько периодов рассчитывается через индекс роста:

**1.** Для каждого периода рассчитывается индекс роста (прибавляем единицу к доходности);

**2.** Рассчитывается итоговый индекс роста (формула (1.2.0) или (1.2.1));

**3.** Находим итоговую доходность за весь период (отнимаем единицу от индекса роста).

**Задача 1.4 .** Акции купили по цене $ 100 за акцию. В конце первой торговой сессии цена за акцию была $ 95 , а в конце второй - $ 102. Рассчитать итоговую доходность купленных акций используя: а) определение доходности; б) используя для расчета итоговый индекс. Что произойдет, если для поиска ответа просто сложить доходности за первую и вторую сессии?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Итоговый индекс **=(**95/100)\*(102/95)=0,95\*1,074=1,02 тогда r = 2,0%  |
| Из определения: r=(102-100)/100=0,02 или 2,0% |
| I1=95/100=0,95; I2=102/95=1,074 r1=0,95-1=-0,05; r2=1,074-1=0,074**;**  |
| **rитог=-0,05+0,074=0,024 или 2,4% вместо 2% Ошибка!!!** |

Формулы (1.2.0) (1.2.1) используется также для приведения доходности и индекса роста инвестиций к "годовому" периоду, т.е. к доходностям и индексам роста рассчитанных за период равный году. Это делаются потому, что время владения активом может не совпадать с периодом в один год, а для сравнения привлекательности различных активов периоды владения активом должны быть одинаковыми.

**Задача 1.5.** Доходность операций торговой компании за первое полугодие представлено в таблице. Рассчитать годовую доходность этой компании при условии, что доходность за первое полугодие будет равна доходности за второе полугодие. Ответ округлить до десятых долей процента.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Периоды | январь | февраль | март | апрель | май | июнь |
| Доходность | 0,9% | 1,1% | 1,0% | 1,4% | 1,2% | 0,7% |

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индексы: 1,009; 1,011; 1,01; 1,014; 1,012; 1,007 Итоговый индекс = 1,065; 1,008; 1,01; 1,012; 1,014; 1,012; 1,0051,008; 1,01; 1,012; 1,014; 1,012; 1,005 |
| Доходность равна =6,5%: Индекс за год = 1,0652 = 1,1342 тогда = доходность за год = 13,42% |
| **Ошибка!!! 6,5%\*2 = 13,0% Нельзя умножать на два!** |

**Задача 1.6.** Инвестор приобрел 210 штук акций компании LST по цене $100 за штуку и продал их через некоторое время по цене $106 за штуку. Рассчитать доходность операции в годовых, если период владения акциями составил: а) 3 месяца; б) четыре месяца; в) 9 месяцев.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индекс за период = 1,06 |
| I3 = (1.044 - 1)×100 = 26,26%  |
| I4 = (1.043 - 1)×100 = 19,1%  |
| I8 = (1.0412/9 - 1)×100 = 8,08% |

**Задача 1.7.** Имеются следующие данные по динамике потребительских цен в РФ с января по июнь отчетного года:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Периоды | январь | февраль | март | апрель | май | июнь |
| Изменение в % по отношению к предыдущему периоду | +1,0 | +1,06 | +1,3 | +0,8 | +0,2 | -0,1 |

Определите:

а) как изменились потребительские цены в 1-ом квартале;

б) как изменились потребительские цены в 2-ом квартале;

в) как изменились потребительские цены за полугодие в целом;

г) среднемесячное изменений потребительских цен;

д) годовую инфляцию.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | I1 = 1,01; I2 = 1,0106; I3 = 1,013; I4 = 1,008; I5 = 1,002; I6 = 0,998 |
| а) I1-ый кварт. = 1,034, цены выросли на 3,4%; б) I2-ой кварт. = 1,008, цены выросли на 0,8%  |
| с) ) Iполугодие = 1,0422, цены выросли на 4,22%: средний индекс = 1,04221/6 = 1,0069 рост цен 0,69% |
| д) годовая инфляция = 1,04222 - 1 = 1,0863 - 1 = 0,0863 или 8,63% |

Для сравнения доходности различных активов достаточно сравнить их индексы, а не рассматривать весь пакет. При этом необходимо помнить, что ***индексы нельзя складывать и вычитать, а можно только умножать и делить***.

**Задача 1.8.** Акции компании Ford покупались за $80,5, а были проданы за $86,5; акции компании GM были куплены $23,5 и проданы за $25,5. Какие акции доходней и насколько?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Одна акция **GM** приносит прибыль в $6, а акция **Ford** $2 НО!!! |
| **Это соотношение на одну акцию, а нам надо соотношение на доллар инвестиций!** |
| Индекс Ford = 86,5/80,5=1,0745; Индекс GM=25,5/23,5=1,0851 |
| Отношение индексов=1,0851/1,0745=1,0098 **Ответ: GM доходней на 0,98%** |
| **Ошибка:** 1, 0851-1,0745=0,0106 или 1,06% - нельзя вычитать!!! |

Еще одно следствие расчета средней доходности через среднее геометрическое: если четное количество периодов доходность росла, а четное - падала на один и тот же процент, то *средняя доходность за период не равна нулю*.

**Задача 1.9.** Четыре периода равны по продолжительности. Доходность инвестиций в первый и второй периоды росли на 10%, а в третий и четвертый - падали на такой же процент. Рассчитать среднюю доходность за период.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | I1 = 1,1; I2 = 1,1; I3 = 0,9; I4 = 0,9 |
| Iрез = 0,98 откуда Iсредн = 0,995, а r = -0,005 или 0,5% **но не НОЛЬ!!!** |
| **Ошибка: Среднее арифметическое даст ноль!** |

**Задача 1.10.** Фотографию уменьшили на 20%. На сколько надо увеличить фотографию, чтобы вернуть ей первоначальный размер?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | I1 = 0,70; I2 = Х; Iрез = 0,8\*Х = 1; тогда Х = 1,25 или рост должен составит 25%  |
| Ответ: увеличить на 25%. |
|  |

***Средневзвешенная доходность.***

Пусть нам необходимо рассчитать доходность акций некой компании за одну торговую сессию. В период сессии мы покупали и продавали акции компании различными лотами (объемами акций) и каждый лот имел свои показатели доходности. Даже если рассчитывать доходность от владения каждым лотом в отдельности, все равно нам необходимо иметь правило, которое позволило бы рассчитать итоговую доходность от владения всеми лотами данного актива.

Как поступить в таком случае - как рассчитать доходность всех операций по покупке и продаже данного актива? На данные вопросы дает ответ *расчет средневзвешенный доходности*.

Если актив покупался и продавался частями с разными доходностями, то если принять всю сумму инвестиций за единицу, а потом рассчитать доли инвестиций с равными доходностями, то искомую доходность можно получить по следующей формуле, называемой *формулой средневзвешенной доходности*:

***Δrср.вз. = (w1×r1+w2×r2+...+wn×rn)***

**(1.3.0)**

где ***r1, r2, ... ri*** - доходности каждой доли инвестиций;

***w1*** *,* ***w2*** *, ...* ***wi*** - показатель, относительно которого "взвешиваются" доходности.

**Задача 1.11.** Инвестор формирует равновзвешенный портфель состоящий из четырех активов с годовыми доходностями в 8,2%; 8,8%; 9,0 и 10,4% соответственно. Рассчитать годовую доходность портфеля.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Поскольку портфель равновзвешенный, то веса всех активов одинаковы и равны 0,25 |
| 0,25 |
| Тогда r= 0,25\*(8,2%+8,8%+9,0%+10,4%) = 9,1% |

**Раздел 2. Финансовая математика. Теория процента.**

**2.1.1 Процент.**

**Процент** — это одна сотая доля. Обозначается знаком «%». Используется для обозначения доли чего-либо по отношению к целому.

**Финансовое определение процента** - плата, которую одно лицо (заемщик) передает другому лицу (кредитору) за то, что последний предоставляет первому во временное пользование денежные средства.



Объем выплаченных (полученных) процентов зависит от следующих факторов:

**1.** ***Ставка*** процента. (*интенсивность* начисления процентов)

**2. *Срок*** пользования заемными средствами

**3.** ***Способ начисления*** (простой, сложный, непрерывно начисляемый процент)

**4.** ***Количество периодов начисления*** процента

**5.** ***Момент выплаты процентов***. Различают *декурсивные* (postnumerando) проценты, которые выплачиваются в конце периодов финансовой операции и *антисипативные* (prenumerando) проценты, которые выплачиваются в начале финансовой операции.

**Задача 2.1.** Рассчитать доходность кредита, если сумма ссуженных средств составляет 80 тыс. д.е., а полученная в итоге данной финансовой операции сумма составляет 104 тыс. д.е.

Воспользоваться определением относительного прироста.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:** |  |
| % ставка = FV/PV-1 = (104/80-1)\*100%= (1,3-1)\*100%=**30,0%** |

**2.1.2. Простые проценты.**

Пусть ссуженная сумма равна ***PV*** (Present Value), ставка процента ***r*** годовых, срок выдачи кредита - ***n*** лет. Тогда, если проценты не прибавляются к основной сумме долга, полученная в будущем сумма ***FV*** (Future Value) будет равна:

***FV = PV+ PV×r1 + PV×r2 + PV×rn = PV×(1+nr)***

**(2.1.0)**

Если процент начислялся за время меньшее, чем период начисления процентов, то формула будет несколько иной:

***FV = PV(1+r×n/365)***

**(2.1.1)**

где ***r*** - процентная ставка за год, ***n*** - количество дней начисления.

Такой метод расчета называется *простыми процентами*.

**Задача 2.2.** Сколько нужно положить в Сбербанк 01.03.2015 под 16% годовых, чтобы к 17.09.2015 получить 10 000 руб.? Выполнить из расчета простых процентов, округлив до целых рублей в большую сторону:

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:** | Сбербанк выполняет расчеты по формуле точных простых процентов. |
| первый (день вклада) и последний (день снятия вклада) дни не учитываются. |
| 10000 = Х(1+(31+30+31+30+31+31+16)\*0,16/365)= Х(1+ (200\*0,16/365))= Х×1,08767 |
| X = 9193,979194 руб. |

**2.1.3. Сложные проценты.**

Если мы берем в долг сумму **PV**, то через определенное время должны вернуть как саму сумму, так и проценты начисленные за пользование этой суммы.

***FV = PV + PV×r = PV(1+r)***

**(2.1.2)**

Если периодов начисления процентов несколько, то сумма, которую мы должны вернуть рассчитывается как:

***FV = PV(1+r)(1+r)...(1+r) = PV(1+r)n***

**(2.1.3)**

Такой метод расчета называется *сложными процентами*.

Легко заметить, что **r** - это относительный прирост первоначальной суммы, тогда:

***FV = PV×I***

**(2.1.4)**

где **I =** **(1+r)**- рост (индекс роста) первоначальной суммы за один период. Легко видеть, что данное выражение можно получить просто из определения роста:

***I = FV/PV***

**(2.1.5)**

Для нескольких период будущая сумма рассчитывается как:

***FV = PV×I1×I2×...×In***

**(2.1.6)**

Если относительный прирост (процентная ставка **r**) за период одинакова, то формула превращается в (2.1.7)

***FV = PV×In***

**(2.1.7)**

**Задача 2.3.** 31 декабря 1993 года мы положили в банк 1 000 000 руб. Какую сумму мы должны получить через три года, если депозитные ставки составляли соответственно 50%, 70% и 56,9% годовых в 1994, 1995 и 1996 годах.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| **Iрез. =** 1,5**×**1,7**×**1,569 = 4,0 → 1 000 000 **×** 4,0 **= 4 000 000** |

**Задача 2.4.** Какую сумму мы получим через 20 лет, если 2,5 млн. положили под 7,2% годовых? Ответ округлить до ста тысяч (десятых долей миллиона).

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | I = (1+0,072) = 1,072 |
| S = 2,5\*1,07220 = 2,5\*4,00 = 10,0 |

**2.1.4 Смешанные проценты.**

Если время депозита составило несколько полных периодов и неполный, то количество полных периодов начисления рассчитываются по формуле *сложных процентов*, а оставшаяся часть - по формуле *простых процентов*. Такой метод начисления носит название начисление *смешанных процентов*.

**Задача 2.5.** Сколько нужно положить в Сбербанк 01.02.2015 под 18% годовых, чтобы к 15.09.2015 получить 10000 руб. из расчета сложных процентов с ежеквартальной капитализацией начиная с 01.02.2015? Выполнить расчеты, округлив до десятков рублей в большую сторону:

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Ответ находим из уравнения, где 2-ой член -сложные, а 3-ий простые % |
| 10000 = Х(1 + 0,045)2 X = 8958,58960 руб. |

**Задача 2.6.** Вычислить по правилу смешанного процента средний процент с 1 июля 1998 года по 30 июня 2000 года, если капитализация процента совершалась раз в квартал, а процент годовых изменился два раза: с 25% до 21% 1 апреля 1999 года и 1 января 2000 года ставка процента уменьшилась на 5 процентных пунктов. Округлите ответ до сотых процента по обычным правилам математики.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Найдем среднюю ставку за квартал |
| - 1 = 0,0530887. откуда в год 0,05304 =0,2124 |

**2.1.5 Проценты с плавающей (переменной) ставкой**

Процентная ставка по депозиту (кредиту) определяется в момент подписания договора. Но, как это часто бывает, в процессе осуществления договора могут изменится некоторые макроэкономические показатели (ставка рефинансирования, инфляция, действия Регуляторов и т.д.) которые могут сделать процентную ставку договора невыгодной для сторон. В таком случае, применяется *плавающая* ставка, т.е. ставка не закрепленная в момент подписания договора, а изменяющаяся от периода к периоду.

**Задача 2.7.** Найти среднюю процентную ставку, то есть процент, дающий тот же результат, что и следующая плавающая (переменная) ставка процента, составившая 18% в первый год, 10% - во второй, 21% - в третий и 12% - в последний год.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Правильный ответ дает среднее геометрическое: |
| ( - 1)100% = 15,16%. |

**Задача 2.8.** Определите сумму на сберегательном счете в Сбербанке РФ по состоянию на 8ч. 50мин. 1 апреля 2006 г., если вклад сделан 1 января 2006 г. в размере 400 тыс. руб., а процентная ставка равнялась 10% годовых, но с 31 января введена новая ставка - 9%. Ответ дать с точностью до рублей, округляя по обычным правилам.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Рассчитаем переменную (плавающую)\_ ставку: |
|  = 409 205 руб |

**1.4.4. Начисление процентов несколько раз в год.**

Посмотрим, как будет выглядеть формула (4.3), если проценты будут начисляться не один, а несколько раз в год. Пусть в году будет **m** периодов начисления процента, тогда рост (индекс) за один период будет равен:

***FV = PV(1+r/m)***

**(1.4.8)**

но количество периодов начисления увеличится и составит **n×m**, а итоговая формула примет вид:

**(1.4.9)**

***FV = PV(1+r/m)nm***

Если рассматривать это с точки зрения индексного подхода, то формула не изменилась: рост за период возводится в степень равную количеству периодов. Но дело в том, что по договоренности в качестве относительного прироста ***r*** всегда выступает прирост за год,

поэтому, если период начисления отличается от годового, то относительный прирост надо скорректировать разделив годовую ставку на количество периодов начисления в году.

**Задача 2.9.** Известный бизнесмен и экономист Генри Форд, нанимая специалистов, говорил: «Обычно я увеличиваю зарплату своих специалистов на 4% в год. Это может быть либо увеличение на 4% в конце года, либо увеличение на 2% в конце первого и второго полугодия, либо на 1% в конце каждого квартала. Какой вариант выберете Вы?» После ответа Форд либо брал, либо отказывал претенденту в работе. В случае какого ответа Форд брал человека на работу?

1. Увеличить на 4% в год;

2. Увеличить на 2% каждое полугодие;

+3. Увеличить на 1% ежеквартально;

4. Не имеет значения: все варианты равноценны;

5. Я готов у Вас работать и без увеличения зарплаты.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Переведем все начисления к годовому проценту: |
| **1**. r =4%; **2**. r = (1+0,02)2 = 4,04%; **3.**  r = (1+0,01)4 = 4,06% |
| Ответ: Увеличить на 1% ежеквартально: годовой процент = (1+0,01)4 = 4,06% |

**2.2.1. Момент выплаты процента.**

Процентные платежи могут начисляться в конце каждого периода, и такие проценты называют *декурсивными* (postnumerando), а могут начисляться *в начале каждого периода.* Такие проценты называют - *антисипативными* (prenumerando) процентами. Все рассмотренные выше проценты - декурсивные или постнумерандо. В данном разделе мы рассмотрим проценты начисляемые в начале периода. В некоторых неадекватных учебниках (особенно выложенных в Интернете) можно прочитать, что: "Антисипативным методом начисления процентов обычно пользуются в чисто технических целях". На самом деле, *антисипативные проценты имеют огромный финансовый смысл*:

1. Таким способом начисляются проценты по вексельным кредитам;

2. Таким способом начисляются проценты по ломбардным кредитам;

3. Таким способом начисляются проценты в периоды гиперинфляции.

**Вексель.** Вид ценной бумаги, представляет собой денежное обязательство строго установленной законом формы. Является *безусловным и бесспорным* долговым документом.

**Ломбардный кредит**. Кредит, который выдается под залог какой либо ценности. Ценность возвращается владельцу после полного погашения кредита.

Почему при вексельном и ломбардном кредите проценты начисляются пренумерандо? Максимальная сумма, которую кредитор получит от заемщика - сумма указанная в векселе. Для ломбарда максимальная сумма равна ценности залога. Поскольку при погашении кредита общая сумма выплат с процентами не может превышать указанных сумм, то начисленные на сумму залога проценты *должны быть учтены заранее*.

Для вывода формулы роста (индекса роста) кредитов с антисипативным методом начисления процентов используем формулу (1.1.1). В соответствии с этой формулой имеем:

Ценность актива на начало периода $V \_{0}= PV×(1-\frac{r}{365}×n)$, где

***r*** - годовая процентная ставка начисляемых методом простых процентов;

***n*** - количество дней до погашения выданного кредита;

$\frac{r}{365}×n$ - проценты начисленные пренумерандо и учтенные кредитором;

Ценность актива на конец периода ***Vt = PV***

поскольку, в соответствии с формулой (1.1.1) ***I=*** $\frac{V\_{t}}{V\_{0}}$, то окончательно имеем:

$I =\frac{PV}{PV×(1-\frac{r}{365}×n)} = \frac{1}{(1-\frac{r}{365}×n)} $

**(2.2.0)**

**Задача 2.10.** Банкир дает ломбардный полугодовой кредит из расчета 30% годовых с возвратом суммы кредита в конце срока кредита. Рассчитать годовой индекс роста данной операции. Ответ округлить до четырех знаков после запятой по обычным правилам арифметики.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Найдем значение индекса кредита за год. |
| Ответ: I1/2 года =: (1 - 0,3\*180/360)-1 = 1,1765. тогда за год I =1,17652 = 1,3841  |

В период гиперинфляции проценты начисляются методом пренумерандо из тех соображений, что за время пользования кредитом они могут быть пущены в оборот и дать дополнительный доход.

**Задача 2.11.** В 1992 году инфляция составляла 180% в год. Банк выдает кредит на 90 дней под 210% годовых. Рассчитайте реальный интерес банка при начислении процентов постнумерандо и пренумерандо, если при начислении пренумерандо проценты банк дает в залог другому банку под 186% годовых. (Используйте технику обыкновенного банковского учета векселей по правилу (360, 360))

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индекс цен = 1+1,8×90/360=1,45  |
| **постнумерандо** interest в номин. ценах =2,1×90/360=0,525 или 52,5% |
| **постнумерандо** interest в реальн. ценах =[(1+0,525)/1,45]-1=0,052 или **5,2%**  |
| **пренумерандо** interest в номин. ценах кредита =[1/(1-2,1×90/360)-1]=1,053 →105,3% |
| **пренумерандо** interest в номин. ценах депозита =(90×1,86)/360=0,465 или 46,5% |
| Общая доходность пренумерандо: "вес" кредита = 1-2,1×90/360 = 0,475 |
| "вес" депозита=2,1×90/360=0,525 итого в номинал.=0,475×1,053+0,525×0,465=**0,7443** |
| В реальных ценах =1,7443/1,45-1=0,203 или **20,3%** |

**2.2.2. Сравнение процентов с разными методами начисления.**



**Чтобы сравнить доходности двух активов достаточно *сравнить их индексы роста* (темпы роста)**

Задача 2.12. Какой процент годовых по депозитам сроком на 45 дней эквивалентен учетной ставке дисконтного векселя, выданного на тот же срок под 18% годовых? Решить, используя формулу (360, 360) и ответ дать с точностью до десятых процента, округляя по обычным правилам.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Обозначим за i искомую ставку в долях, тогда: |
|  = . Ответ: i = 0,184 или 18,4%. |

**Задача 2.13.** В состав услуг КМБ-банка в 2003 году входила продажа своих дисконтных векселей под 18% годовых по обычным правилам учета дисконтных векселей с базой 360 дней. Что выгоднее банку как заемщику и насколько: взять кредит 200 тыс. руб. под 19% годовых сроком на 60 дней с возвратом суммы кредита (принципала) и суммы процента в конце срока кредита или получить те же деньги путем продажи векселей на тот же срок? Дайте ответ в виде денежной разницы между вариантами.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Кредит будет стоить 200000 = 6333,33 руб. |
| Вексель будет стоить Х – 200000 = 6185,57 руб., где X=1/× 200000. |
| Тогда разница примерно в 148 рублей в пользу векселя  |

**2.2.4. Нахождение процентной ставки и других параметров актива.**

Иногда важно найти *процентную ставку* исходя из тех данных, которые имеются в распоряжении финансового менеджера. Также важно понимать и уметь рассчитывать *стоимость* тех ценных бумаг, которые имеются в распоряжении финансового менеджера.

**Задача 2.14 (Шапиро Л.Б.)** Вексель на сумму 9000 рублей учитывается по простой учетной ставке за 120 дней до погашения с дисконтом равным 600 рублей в пользу банка. Определить величину этой годовой учетной ставки.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Дисконт это и есть интерес банка. Поскольку интерес равен (r×n)/360 |
|  Тогда из (r×n)/360=600 интерес в рублях=360\*600/120=1800 в % r=1800/9000=0,2 или 20% |

**Задача 2.15 (Шапиро Л.Б.)** В банк 6 мая предъявлен для учета вексель на сумму 14 000 рублей со сроком погашения 10 июля того же года. Банк учитывает вексель по простой учетной ставке 40% годовых. Определить сумму, которую получит векселедержатель от банка. За какое время до срока платежа операция имеет смысл? (Используйте технику обыкновенного банковского учета векселей по правилу (360, 360))

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | X=PV× (1-r×n/360)=14000× (1-0.4×65/360)=12 992 руб. |
| Операция имеет смысл, когда PV>0, т.е. (1-r×n/360)>0 откуда n=2,5 года |

**2.2.5. Эквивалентные процентные ставки.**

****

**Две процентные ставки называются *эквивалентными*, если применение их к *одинаковым суммам* и *в течении одинакового времени* приводит *к одинаковым результатам*.**

Общий принцип расчета эквивалентных процентных ставок состоит в том, что если ставки эквивалентные, то они обеспечивают одинаковый рост (темпы роста). Поэтому, для нахождения эквивалентных ставок мы *записываем уравнение равенства темпов роста и из этого уравнения находим искомое*.

**Задача 2.16 (Шапиро Л.Б.)** Кредит предоставляется под 5% сложных годовых сроком на 8 лет. Клиент хочет получить его под простые проценты. Какая ставка простых процентов может быть предусмотрена контрактом?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Из соотношения **(1+rn) = (1+r)n** имеем: |
| а) ***rпрост*** = [(1+0,05)8 - 1]/8 = 0,0597 =5,97%; |

**Задача 2.17.** Кредит предоставляется под 5% сложных годовых сроком на 8 лет. Клиент хочет получить его под простые проценты. Какая ставка простых процентов может быть предусмотрена контрактом, если простые проценты начисляются пренумерандо?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Из соотношения **(1-rn)-1 = (1+r)n** имеем: |
| а) ***rпрост\_пренум.*** = [1-(1+0,05)-8]/8 = 0,0404 =4,04%; |

**Задача 2.18.** Банкир дает ломбардный полугодовой кредит из расчета 30% годовых. Определить эквивалентную ставку процента при выдаче кредита под простые проценты. Ответ дать до сотых долей процента, округляя по обычным правилам арифметики.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| I = 1,1765 тогда r = 1,1795-1 = 0,1765 или 17,65% |
|  |

**2.2.6 Эффективная процентная ставка.**

**Эффективной процентной ставкой** ***rэф*** соответствующей данной процентной ставке, называется ставка сложного процента, эквивалентная данной процентной ставке и не зависящая от периодов начисления.

Пояснение: эффективная процентная ставка, **это годовая доходность процентов начисляемых различными способами**.



**Задача 2.19 (Шапиро Л.Б.)** Банк выплачивает по вкладам 10% годовых. Какова реальная доходность вкладов при начислении процентов: а) по полугодиям, б) ежеквартально, в), ежемесячно.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Воспользовавшись соотношением (1.1.3) и (2.1.7) имеем |
| а) ***rэф*** = (1+0,1/2)2 - 1= 0,1025=10,25%; |
| б) ***rэф*** = (1+0,1/4)4 - 1= 0,1025=10,38%; |
| в) ***rэф*** = (1+0,1/12)12 - 1= 0,1047=10,47% |

**Задача 2.20.** Инвестор вложил свои сбережения в Управляющую Компанию. Сумма вложений - 600 т.руб. В первый год портфель с минимальным риском принес 5,6% годовых и инвестор попросил повысить риск вложений. Второй году принес уже 12,4% годовых, третий год принес прибыль равную 36 т.руб, а четвертый - 38,8 тыс.руб. Найти эффективную ставку вложений.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:** | Найдем индексы роста прибыли для каждого года: |
| 1 год = | **1,056** |
| 2 год = | **1,124** |
| 3 год = | **36** |
| 4 год = | **38,8** |
| Итог = | **Iитог = S4/S0 = (600×1,056×1,124+26+34,8)/600 = 1,312** |
| rэфф =  | **Iсред. =** $\sqrt[4]{1,312}$ = 1,070 годовых тогда r = 1,07-1 = 0,07 или **7,0%** |

**Раздел 3. Финансовая математика. Временная стоимость денег**

Рубль вчера, сегодня и завтра - разные денежные единицы. Если актив приносит денежные потоки разнесенные по времени, то рассчитать его стоимость, доходность и рост можно только сравнив эти потоки, но сравнивать несравнимые величины можно только одним способом: сделать их сравнимыми, т.е. привести к одному времени.

Следствием временной стоимости денег является тот факт, что если мы хотим сравнивать суммы вложенные или изъятые в разное время, **то они должны быть приведены к одному и тому же моменту**. При этом:

$$\sum\_{1}^{n}F(S\_{i})=\sum\_{1}^{n}F(R\_{k})+F(W)$$

где:***F(Si)*** - приведенные вклады

***F(Rt)*** - приведенные выплаты

***F(W)*** - остаток на счете в момент ***n***



**(3.1.0)**

Приведением денежных потоков к одному времени называется процесс, при котором все потоки "прошлого" наращиваются к моменту приведения, а все потоки "будущего" - дисконтируются по той же ставке. Для лучшего запоминания можно использовать следующее мнемоническое правило:



В принципе, можно привести суммы к любому моменту времени, но при этом следует соблюдать правило:

**Все суммы стоящие *слева* от момента, к которому приводятся, *наращиваются*, а все суммы стоящие *справа - дисконтируются***

**(3.1.1)**

Таким образом, этапы приведения состоят в следующем:

**1.** Построение "временной шкалы". Одно деление этой шкалы, т.е. одна "единица времени" - *период начисления*. Это может быть начисление процентов на сумму вклада, периодические выплаты купонов и т.д. Сверху шкалы записываются инвестиции в актив, внизу - деинвестиции в тот же актив.

**2.** Выбор момента к которому будут приведены суммы. Поскольку выбор момента приведения не влияет на результат, то он может быть любым, но для удобства выбирают:

а) начальный момент - если знают потоки от актива в будущем и хотят рассчитать его текущую ценность;

б) момент окончания пользования активом - если хотят узнать его конечную ценность;

в) любой другой момент - как правило, это момент принятия решений для увеличения или уменьшения инвестиций в актив для приведения его ценности к требуемому объему.

**3.** Расчет индекса роста для одного периода начислений. Если период не совпадает с годовым, то доходность выраженная в годовых делиться на количество периодов начислений.

**4.** Каждая сумма инвестиций входит в уравнение (3.1.0) со знаком "+" и умножается на индекс роста одного периода в степени равном количеству периодов между моментом инвестиций и моментом приведения. Знак степени зависит от правила (3.1.1). Суммы деинвестиций входят в уравнение со знаком "-" по тому же правилу - умножаются на индекс роста в соответствующей степени.

**Задача 3.1 (Шапиро Л.Б.)** Клиент положил 2 года назад 600 руб. в банк. Банк выплачивает проценты по ставке r = 5% годовых ежемесячно. 8 месяцев тому назад клиент снял со счета 400 руб., а сегодня снял еще 100 руб.. Через 3 месяца он желает вложить некоторую сумму так, чтобы через год от сегодняшнего момента закрыть счет, получив при этом 500 руб. Какую сумму он должен вложить?

?

Как и для предыдущей задачи отобразим условия на временной шкале:

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | В соответствии с правилом (3.1.1) и обозначив искомое как Х, имеем: |
| 0=600(1+0,05/12)24+Х(1+0,05/12)-3-100-400(1+0,05/12)8-500(1+0,05/12)-12 |
| Откуда Х=[600(1+0,05/12)24-400(1+0,05/12)8-100-500(1+0,05)-12]× (1+0,05/12)3 |
| X = (-662,96+427,52+100+475,66) × 1,012552 = 344, 48 руб. |

Если за момент расчета взять вложение неизвестной суммы, то имеем:



В таком случае наше уравнение будет выглядеть несколько иначе:

|  |
| --- |
| 0=600(1+0,05/12)27+Х-100(1+0,05/12)3-400(1+0,05/12)11-500(1+0,05/12)-9 |
| Откуда Х=[-671,29+432,88-101,26-500481,63]= 344,48 руб. **Ответ тот же.** |

**Раздел 4. Финансовая математика. Финансовые ренты, аннуитет, перпетуитет.**

**4.1.4. Финансовые ренты. Современная ценность финансовой ренты.**



**Современная ценность *А* финансовой ренты равна текущей ценности ее наращенной суммы.**

Другими словами, для того, чтобы найти современную ценность ренты надо продинсконтировать наращенную сумму к современному моменту.

Рассчитаем коэффициент приведения ренты для которой проценты начисляются один раз в год, платежи делаются один раз в год. Используя (7.0) и (4.13) имеем:

Индекс роста финансовой ренты:$s \_{n,i}= \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$

Индекс дисконтирования: ***Iдисконт = (1+i)-n***

Тогда, дисконтируя, имеем: ***an,i =*** $\frac{(1+i)^{n}-1}{i} × (1+i)^{-n}= \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} $

**(4.1.10)**

**Таблица значений современной ценности рент:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Вид ренты** | **А** | **Б** | **В** |
| **1** | ***R*×*an,i*****(4.1.10)** | ***R*×**$\frac{a\_{mn,\frac{i}{m}}}{s\_{m,\frac{i}{m}}}$**(4.1.11)** | ***R*×**$\frac{1-e^{-δn}}{e^{δ}-1}$**(4.1.12)** |
| **2** | $$\frac{R}{p}×\frac{a\_{n,i}}{s\_{\frac{1}{p},i}}$$**(4.1.13)** | $$\frac{R}{p}×\frac{a\_{mn,\frac{i}{m}}}{s\_{\frac{m}{p},\frac{i}{m}}}$$**(4.1.14)** | $$\frac{R}{p}×\frac{1-e^{-δn}}{e^{\frac{δ}{p}}-1}$$**(4.1.15)** |
| **3** | ***R×r×***$\frac{a\_{n,i}}{s\_{r,i}}$**(4.1.16)** | ***R×r×***$\frac{a\_{mn,\frac{i}{m}}}{s\_{mr,\frac{i}{m}}}$**(4.1.17)** | ***R×r×***$\frac{1-e^{-δn}}{e^{rδ}-1}$**(4.1.18)** |

**Задача 4.1 (Шапиро Л.Б.)** Какую сумму необходимо положить в банк, чтобы в течении следующих 10 лет ежегодно получать 30 000 руб., исчерпав счет полностью, если снимать деньги каждые два месяца равномерными частями? Банк начисляет 5% годовых раз в год.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Найти соврем. цен. ренты А2, n=10, i=5%, p=6, R=30 000 руб.. |
| ***А=***$\frac{R}{p}\frac{a\_{n,i}}{s\_{\frac{i}{p},i}}=30000/6×\frac{a\_{10,5\%}}{s\_{\frac{i}{6},5\%}}=$**236 432** .**руб.** |

**Задача 4.2 (Шапиро Л.Б.)** Какую сумму необходимо положить в банк, чтобы в течении следующих 10 лет ежегодно получать 30 000 руб., исчерпав счет полностью, если снимать деньги каждые два месяца равномерными частями? Банк начисляет 5% годовых раз в квартал.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Найти соврем. цен. ренты Б2, m=4, n=10, i=5%, p=6, R=30 000 руб.. |
| ***А=***$\frac{R}{p}\frac{a\_{mn,\frac{i}{m}}}{s\_{\frac{m}{p},\frac{i}{m}}}=30000/6×\frac{a\_{40,1,25\%}}{s\_{\frac{2}{63},1,25\%}}=$**235 439** .**руб.** |
|  |

**4.1.5. Финансовые ренты. Современная ценность бессрочной финансовой ренты.**

Современной ценностью ***вечной*** ренты ***А*** называется сумма, которую нужно вложить в начальный момент (в банк), чтобы неограниченно долго ежегодно снимать сумму ***R***

$$А =\frac{R}{i}$$



**(4.1.19)**

Формула (4.1.19) получается предельным переходом **n→∞** в формуле (4.1.10), тогда **(1+i)-n → 0**

**Задача 4.3** Государство заняло сумму у банка на условиях "вечной ренты", то есть согласилось выплачивать ежегодно в конце года по 1 млн. руб. не возвращая долга. Какова минимальная сумма кредита (в миллионах рублей), если, заключая договор, стороны исходили из 10% годовых за такой кредит?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| Х0,1 = 1 млн. руб. Ответ: 10 млн. руб. |
|  |

**Раздел 5. Экономическая теория. Норма прибыли, реальный доход и пр.**

В экономике и финансах очень часто необходимо рассчитать не просто рост какого либо ***текущего*** показателя, а рост этого показателя по отношению к так называемому ***базовому показателю****.* Это необходимо для *возможности сопоставления* изменения текущего показателя при *изменяющейся базе* расчетов. Без такого сопоставления невозможно было бы анализировать изменения текущих показателей либо *за различные промежутки времени*, либо *в различных местах,* либо *по отношению к глобальному фактору*. Математически, нормирование выглядит так:

$I\_{относительный показатель}=\frac{I\_{текущий показатель}}{I\_{базовый показатель}}$

**(1.5.0)**

При этом базовыми показателями могут быть уровень инфляции, рост экономики страны в целом, рост рынка или сегмента рынка, отраслевой (или странновой) рост в различных странах и т.д.

**1.5.1 Номинальная и реальная доходность.**

**Номинальными** называются показатели, рассчитанные в текущих ценах, а **реальными** - в сопоставимых ценах, часто называемых базовыми или ценами базового периода.

Используя соотношение (1.5.0) и считая базовыми показателями покупательную способность рубля имеем.

******

тогда

******



**(1.5.1)**

**(1.5.2)**

**Задача 5.1.** Для защиты населения США от инфляции Правительство выпускает облигации TrIPS с «плавающим» купоном (купон индексируется по темпам инфляции). Если среднегодовая инфляция в течении 5 лет составила 2,2 % годовых, то что выгоднее обывателю: размещение денег на депозите в банке под 4 % годовых сроком на 5 лет или покупка 5-ти летний TrIPS с доходностью 1,8 % годовых

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Итоговый номинальный индекс роста депозита: **Iдеп = (1+0,04)5 = 1,2167** |
| Индекс цен: : **Iцен = (1+0,022)5 = 1,1149** депозит в реальн. ценах: **Iдеп = Iдеп / Iцен =1,2167/1,1149 = 1,0913** |
| Итоговый номинальный индекс роста TrIPS: **ITrIPS = (1+0,018)5 = 1,0933** |
| Доходность депозита **rдеп. = 1,0913-1 = 0,913** или 9,13% за 5 лет в реальных ценах  |
| Доходность TrIPS: **r**TrIPS:**. = 1,0933-1 = 0,933** или 9,33% за 5 лет в реальных ценах |
| Доходность TrIPS: выше. |

**Задача 5.2.** Сколько процентов реальной зарплаты "съедает" месячная инфляция равная 50% при тридцатидневной задержке выплаты зарплаты?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индекс роста зарплаты в номинальном выражении равен единице. |
| Индекс роста цен равен: **Iцен = 1+0,5 = 1,5** |
| Индекс зарплаты в реальных показателях **I з/п реальн. = 1/1,5 = 2/3 = 0,6667** |
| Инфляция "съела" треть заработной платы или **33,33%** |

**Задача 5.3** Какую сумму надо внести в банк под 20% годовых при начислении сложного процента с годовой капитализацией процента, чтобы через 4 года накопить сумму эквивалентную сегодняшним 100 тыс. руб., если индекс цен за 4 года составит 2? Округлите ответ до рублей по правилам математики.

Варианты ответа:

1) 96568руб. 2) 97845руб. +3) 96451руб. 4) 89238руб. 5) Нет верного ответа.

|  |
| --- |
| **Решение:** Индекс роста в реальных ценах составит (1 + 0,2)4 /2 = 2,0736/2=1,0368  |
| Дисконтируя получаем: 100 000/1,036 = 96450,62 |

**1.5.2 Сравнение доходностей в разных валютах.**

Доходность, рассчитанная в долларах, но номинированная в рублях, связана с доходностью рублевых активов известным соотношением:

$I\_{\$}= \frac{Y\_{R }+1}{Y\_{\$}+1}$

где ***Y$ YR***- ожидаемая доходность по долларовым и рублевым вкладам.



**(1.5.3)**

В данном случае базовым показателем является индекс роста долларовой доходности, а текущим - рублевой.

**Задача 5.4** Насколько изменится покупательная способность доллара в России, если за год курс вырастет с 31 руб. до 32 руб. за доллар, а инфляция составит около 15%? Ответ дайте с точностью до десятых процента, округляя в большую сторону.

Варианты ответа:

1) -20,5%. 2) -15,3%. +3) -10,2%. 4) -12,8%. 5) Нет верного ответа.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индекс роста доллара**: I$ = 32/31= 1,0323** Индекс инфляции **Iцен = 1+0,15=1,15**  |
| Покупательная способность доллара в России: **I$реал = 1,0323/1,15 =0,8977 упал на 10,2%** |

**1.5.3 Нормирование показателей при планировании и бюджетировании.**

При анализе гибких бюджетов, отклонения ***q*** по каждой ***i*** -ой статье, необходимо корректировать на изменение индекса плана:

$q\_{i}= \frac{I\_{факт}}{I\_{план}}$



**(1.5.4)**

В данном случае базовым показателем является индекс роста долларовой доходности, а текущим - рублевой.

**Задача 5.5.** Компания, торгующая в России классической телефонией, спланировала объем продаж в конце 2007 года в размере 6,5 млн. рублей. Фирма торгует аппаратурой за рубли, но закупает его за валюту. В середине года стало понятно, что курс доллара, рассчитанного Миэкономразвития будет примерно на 15% больше, кроме того, прогноз по росту инфляции говорит о том. что она вырастет примерно на 10% в годовом исчислении. Проведите коррекцию плана продаж.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| Индекс роста цен равен: **Iцен = 1+0,1 = 1,1;** Индекс курса доллара **I доллар. = 1+0,15 = 1,15** |
| Корректирующий индекс **I =1,156\*1,1 = 1,265**  |
| Новый план продаж **S= 6,5\*1,265 = 8,2 млн. руб.** |

**Задача 5.6.** Авиакомпания - лоукостер планирует выйти на новый рынок авиаперевозок и занимается калькуляцией удельных переменных затрат. В основе взята калькуляция удельных затрат местной авиалинии, которая подвергается тщательной ревизии. Удельные (в пересчете на 1-го пассажира) расходы на топливо и з/п летного персонала составляют $24 при 67% загрузке самолета. Какими будут эти затраты при 100% загрузке самолета? Ответ округлите до центов.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Индекс роста загрузки: **Iзагрузки = 1/0,67 = 1,4925;** |
| Удельные затраты при 100% загрузке **AVC=24/1,4925 = 16,08 долл**.  |
|  |

**Раздел 6. Теория портфеля (доходность, риски, беты и т.д.).**

Поскольку портфель состоит из нескольких активов с разными характеристиками, то доходность всего портфеля следует рассчитывать *как средневзвешенную по долям инвестиций в каждый актив*:

$E\left(r\right)=\sum\_{1}^{n}w\_{i}×r\_{i}$

**(2.0)**

Изменяя доли инвестиций можно менять итоговую доходность в достаточно широких пределах, причем эти пределы не ограничиваются доходностями обеих активов. Это связано с тем, что актив может иметь *нулевой вес* (в актив ничего не инвестировано), *отрицательный вес* (по активу осуществлена короткая продажа), *вес больше единицы* (актив куплен на заемные средства). Именно такая возможность позволяет инвестору конструировать некий синтетический актив с очень широким спектром показателей.



**Продажа без покрытия** (англ. *short selling)* —*короткая продажа*, *шорт. Продажа актива, которым торговец в настоящее время не владеет. Предполагает в дальнейшем возврат кредита в натуральном (товарном) виде.*

Доли инвестиций - веса активов принято обозначать буквой ***w***. Очевидно соотношение:

$\sum\_{}^{}w\_{i}=1$

**(2.1)**

**Задача 6.1.** Пусть существует портфель из двух активов А и В со следующими параметрами:

Общая сумма инвестиций = $300 000; Сумма инвестиций в актив А = $210000.

Найти веса инвестиций в каждый из активов.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| wА = 210 000/300 000 = 0,7; wВ = (1-w) = 1- 0,7 = 0,3 |

**Задача 6.2.** Пусть существует портфель состоящий из активов А и В со следующими параметрами:

Общая сумма инвестиций = $300 000. Инвестор увеличил актив А на $120 000 используя короткую позицию.

Найти вес актива А.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | w = 420 000/300 000 = 1,4 |
| Вес всего: = 1,04 +(-0,4) = 1 |

**Задача 6.3.** Найти доходности портфеля в задачах №12 и № 13, если доходности активов А и В равны 12% и 8% соответственно.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| Задача 12. Е(r) = 0,12\*0,7+(1-0,7)\*0,08=0,11 или 11% |
| Задача 13 E(r) =1,4\*0,12 = 0,17 или 17% |

Особое место в теории портфеля занимает портфель состоящий из *рискового* (такой актив может быть и синтетическим) и *безрискового* актива, при этом под рисковым активом понимают актив с дисперсией матожидания больше нуля. а под безрисковым - актив с нулевой дисперсией. Такой портфель носит имя своего создателя - Гарри Марковица и является базовым для всей дальнейшей теории портфеля.

Если вес рисковой части выразить через ***w***, доходность безрисковой части чрез ***rf*** , а доходность рисковой части через ***E(r)*** , то тогда доходность портфеля будет рассчитываться в соответствии с формулой:

***E(rр) = rf + w[E(r) - rf]***

**(3.0)**

а стандартное отклонение портфеля:

***σр = w×σ***

**(3.1)**

**Задача 6.4.** Пусть рисковый портфель имеет следующие параметры:

E(r) = 15%; σp = 22%; rF = 7%. Доля инвестиций в рисковую часть равна 0,7. Рассчитать доходность и СКО портфеля.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| E(rр) = w E(r) + (1-w) rf = rf + w(E(r) - rf) = 7 + 0,7\*8 = 12,6 |
| σр = *w×*σ = 0,7\*22 = 15,4 |

**Задача 6.5.** Постройте на графике с осями **E(r)** и **σ** график, описывающий портфель приведенный в задаче № 6.4. Прокомментируйте графический смысл выражения

**S = (E(rp) - rF)/ σp**

**Решение:**



*Рисунок 1. Прямая SML*

Пусть у нас есть портфель, состоящий из рискового и безрискового актива. Меняя вес (долю) рискового актива в портфеле, мы получим бесконечное множество портфелей лежащих на одной линии.

Рисунок №1 отражает соотношение между ожидаемой ставкой доходности и стандартным отклонением. Мы можем рассчитать параметры прямой, указанной на рисунке, используя соотношении (3.0) заменив в нем **w** на **σр**/**σr** , что следует из (3.1).

Тогда:

$E(r) = r\_{f} + \frac{E\left(r\right)-r\_{f}}{σ\_{r}}×σ$

**(3.2)**

Используя каноническую запись уравнения прямой в декартовых координатах:

***Y(x) = a + bx***

**(3.3)**

выражение стоящее перед параметром σ и отражающее наклон прямой называется *коэффициентом Шарпа*

$s\_{p}=\frac{E\left(r\right)-r\_{f}}{σ\_{r}}$

**(3.4)**

окончательно имеем:

**(3.5)**

***E(r) = rf + Sp×σ***

**Задача 6.6.** Почему в соотношении (3.4) коэффициент Шарпа имеет индекс «р» (портфель), если для расчета используется стандартное отклонение только рискового актив?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| коэффициент Шарпа зависит также от доходности безрисковой ставки. |
|  |

**Задача 6.7.** Может ли коэффициент Шарпа при любой комбинации рискового и безрискового активов отличаться от коэффициента применяемого только для портфеля состоящего исключительно из рискового актива?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | **E(rc) = rf + w(E(rp) – rf)** Используя соотношение **σ= *w*σp** имеем |
|  **S = (E(r) - rf)/ σ = w[(E(rP) - rf)]/ wσP = (E(rP) - rF)/ σP поскольку w сокращается, то**  |
| коэфициент Шарпа не зависит от доли рискового актива в портфеле. |

**Задача 6.8.** Пусть рисковый портфель имеет следующие параметры:

E(r) = 15%; σp = 22%; rF = 7%. . Что произойдет с коэффициентом Шарпа, если инвестор увеличит рисковые активы на $120 000 используя короткую позицию.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Доля рисковых активов будет равна w = 420 000/300 000 = 1.4 |
| **E(rр) = 7% +(1.4×8%) = 18,2; σр = 1.4 × 22% = 30.8%** |
| **S = (E(r) - rf)/ σ = w[(E(rP) - rf)]/ wσP = (E(rP) - rF)/ σP; см задачу 6.7** |
| **S = (E(rc) - rF)/ σc = (18,2 – 7)/30,8 = 0,36** Коэффициент Шарпа не изменится |

**Задача 6.9.** Почему коэффициент Шарпа не меняется при короткой покупке рискового актива в кредит? Что произойдет с коэффициентом Шарпа, если кредит будет взят по ставку более высокую. чем безрисоквая?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| Прямая **претерпит излом** и угол наклона будет отражать иную ставку процента |
|  |

**§3.2. *Портфели из двух рисковых активов.***

Давайте добавим к рисковому активу 1 рисковый актив 2 и рассмотрим получившийся портфель. Тогда ожидаемая доходность такого портфеля будет (***w*** - доля актива 1):

***E(rр) = wE(r1) + (1-w)E(r2)***

**(3.6)**

а среднее квадратичное отклонение:

**(3.7)**

***σ2 = w2σ12 + (1-w)2σ22 + 2w(1-w)ρ1;2σ1σ2***

Представленные уравнения (3.6) и (3.7) по сути более общий вид уравнений (3.0) и (3.1). Тогда все портфели состоящие из этих двух рисковых активов будут лежать на кривой между точками PR и R2. Эта линия не прямая (тогда ее просто невозможно было бы оптимизировать, но, в соответствии с формулой (3.7) является некоторой кривой (Смотри рисунок №3).

Из рисунка видно. что:

1. Появляется некая точка характеризующая портфель с минимальным уровнем риска (точка О);

2. Появляется область кривой (между точками Е и R1) *представляющей портфели эффективность которых выше*, чем портфель составленный из одного актива R1.

Точка минимального риска (точка О на рисунке 3) находится обычными методами нахождения экстремума.



**Задача 6.10.** Вывести формулу веса одного из рисковых активов при котором дисперсия минимальна. (Найти точку О. Рисунок № 3)

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Продифференцируем (3.7) по w и приравняем производную к нулю. Имеем: |
| **0 = 2wσ12 - 2wσ22 + 2(1-w)ρ1;2σ1σ2-2w ρ1;2σ1σ2** |
| $$w\_{min}=\frac{σ\_{2}^{2}-ρσ\_{1}σ\_{2}}{σ\_{1}^{2}+σ\_{2}^{2}-2ρσ\_{1}σ\_{2}}$$ |

**Задача 6.11.** Заполнить таблицу, коэффициент корреляции между активами (ρ ) принять равным 0.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Доля актива 1** | **Доля актива 2**  | **Доходность**  | **СКО** |
| 0,00 | 1,00 | 0,08 | 0,15 |
| 0,25 | 0,75 | 0,095 | 0,1231 |
| wmin=0,36 | 0,64 | 0,1016 | 0,1200 |
| 0,50 | 0,50 | 0,1100 | 0,1250 |
| 1,00 | 0,00 | 0,1400 | 0,2000 |

**Задача 6.12.** Определить среднюю ожидаемую доходность и ее стандартное отклонение для портфеля состоящего из рисковых активов 1 и 2 описанных в таблице задачи № 6.11, в котором доля рискового актива 1 составляет 60%, а коэффициент корреляции между рисковыми активам равен 0,1?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  |  |
| E(r) = 0,6\*0,14+0,4\*0,08 = 0,114; |
| σ2 = 0,62\*0,22 + 0,42\*0,152 + 2\*0,6\*0,4\*0,1\*0,2\*0,15 = 0,01944, откуда σ = 0,1394 |

В качестве всеобъемлющего индекса ценных бумаг часто принимают индекс различных бирж (например S&P 500) и рассматривают ковариацию активов входящих в портфель через такой индекс. В связи с тем, что в качестве всеобъемлющего индекса принимается индекс одной биржи, то такая модель получила название **одноиндексной модели**. Поскольку норма доходности в индексной модели **ri = αi + βimrm + εi**, то рассчитаем доходность актива:

Рассчитаем доходность актива используя рыночную модель. Из уравнения регрессии имеем:

***Е(ri) = Е(αi) + βim Е(rI) + Е(εi)***

**(6.8)**

Поскольку **αi** – константа, то **Е(αi) = αi**; **Е(εi) = 0** (по определению)

то имеем:

***Е(ri) = αi + βim Е(rm)***

**(6.9)**

**Индексная модель дает систематическую и специфическую составляющие общего риска каждой ценной бумаги**, а также ковариацию между любой парой ценных бумаг:

**1. Общий риск** = Систематический + Особый (уникальный) риск компании (ничто иное, как формула (6.5))

**(6.10)**

***σ2i = β2im σ2m + σ2(εi)***

**2. Ковариация** равна = Произведение показателей беты (**βi** и **βj**) × риск рыночного индекса

***Cov(ri,rj) = βi βj σ2m***

**(6.11)**

**3. Корреляция** = Произведение коэффициентов корреляции ценных бумаг с рыночным индексом:

***ρij = βi βj σ2m / σi σj = β2i σ2m β2j σ2m / σi σm σj σm = ρim × ρjm***

**(6.12)**

**Задача 6.13.** Следующие данные описывают финансовый рынок, состоящий из трех акций и удовлетворяющий одноиндексной модели:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Акция** | **Капитализация ($)** | **Бета** | **α (%)** | **σ(%)** |
| A | 3000 | 1,0 | 10 | 40 |
| B | 1940 | 0,2 | 2 | 30 |
| C | 1360 | 1,7 | 17 | 50 |

СКО рынка равно 25%

а) Чему равна средняя α?

б) Чему равна Cov(A,B)?

в) Чему равна Cov(B,I)

г) Разбейте дисперсию акции В на ее систематическую и специфическую (фирменную) составляющие.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Общая рыночная капитализация равна 3000+1940+136+0=6300 |
| Средняя α = 3000/6300\*10+1940/6300\*2+1360/6300\*17=9,05%=0,0905 |
| Ковариация между А и В = βАβВσm2 = 1\*0,2\*0,252 = 0,0125 |
| Ковариация между А и I = βВσm2 =0,2\*0,252 = 0,0125 |
| Общая дисперсия В равна: σВ2 = βВ2σm2 + σ2(eВ) |
| систематический риск равен: βВ2σm2 = 0,22\*0,252 = 0,0025 |
| тогда σ2(eВ) = σВ2 - βВ2σm2 = 0,30 - 0,0025 = 0,0875 |

**Задача 6.14.** Допустим, что индексная модель для расчета избыточной доходности акций А и В оценивается следующим образом:

RA = 1,0% + 0,9RM +eA

RB = -2,0% + 1,1RM + eB

σm = 20%

σ(eА) = 30%

σ(eВ) = 10%

Найдите СКО каждой акции и ковариацию между ними.

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Дисперсия любой акции равна : σ2 = β2σm2 + σ2(e) |
| Для А σА2 = βА2σm2 + σ2(eА) = 0,92\*202+302 = 1224 тогда СКОА = 35 |
| Для В σВ2 = βВ2σm2 + σ2(eВ) = 1,12\*202+102 = 584 тогда СКОВ = 24 |
| Ковариация равна βАβВσm2 = 0,9\*1,1\*202 = 396 |

**Задача 6.15.** используем данные задачи №18. Предположим, что мы формируем равновзвешенный портфель из акций А и В. Каково несистематическое среднее квадратическое отклонение такого портфеля?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | σ2(ep) = (1/2)2\*[ σ2(eА) + σ2(eВ)] = 1/4\*(0,32+0,12) = 0,0250 |
| тогда σ(ep) = 0,158 = 15,8% |

**Задача 6.16.** Пусть премии за риск рыночного портфеля оцениваются в 8% при СКО 22%. Какова премия за риск портфеля инвестированного на 25% в акции GM, и на 75% в акции Ford, если их показатели "бета" равны 1,1 и 1,25 соответственно?

|  |  |
| --- | --- |
| **Решение:**  | Бета портфеля: WFord\*βFord + WGM\* βGM = (0,75\*1,25)+(0,25\*1,1)=1,2125 |
| Премия за портфельный риск E(rp) - rf = βp× [E(rm) - rf] = 1,2125\*0,08 = 9,7% |

**Раздел 7. Финансовый менеджмент.**

Задачи на расчет дебиторской задолженности, кредиторской задолженности, WC, ROIC, GM и т.д.

Коэффициенты рентабельности, деловой активности, ликвидности.

Задачи на трехфакторную модель Дюпона.

Все коэффициенты рентабельности рассчитываются как:

$$Рентабельность "чего либо"= \frac{Прибыль}{Среднее значение за период "чего либо"}$$

Коэффициенты оборачиваемости рассчитываются как:

$$Оборачиваемость "чего либо"= \frac{Продажи}{Среднее значение за период"чего либо"}$$

НО!

$$Оборачиваемость запасов= \frac{Себестоимость продаж}{Среднее значение запасов за период}$$

**Задача 7.1.** Период оборачиваемости запасов организации равен 45 дням. В полугодовом отчетном периоде выручка составила 1400 т.р., рентабельность продаж равна 40%. Чему равен средний уровень запасов организации за отчетный период? Для упрощения, считать что в году 360 дней.

*Решение:* Коэфф. оборачиваемости З = 360/45=8 тогда средние З = COGS/8 = **105**

COGS находим из уравнения: 0,4\*Sales = Sales - COGS тогда COGS = 0,6\*Sales = 840

Ответ: 105 т.р.

**Задача 7.2.** Запасы готовой продукции производства на начало января - 600 шт., на конец января – 1000 шт. За январь было продано 20 000 шт. готовой продукции. Все остальные запасы равны нулю. Определите, сколько было произведено готовой продукции за январь

*Решение:* 20 000 +1000 - 600 = 20 400

Ответ: 20 400.

**Задача 7.3.** Имеется следующая выдержка из ОПиУ некой компании:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Выручка** | 22600 |  | **Amortization** | 660 |
| **COGS** | 16200 |  | **Interest** | 180 |
| **Adm, Expenses** | 810 |  | **Tax** | 900 |
| **Trade Expenses** | 650 |  | **Average Total Equity** | 38000 |

Рассчитать Gross Profit Margin (валовую рентабельность продаж). Округлить с точностью до десятых долей процента.

1) 69,9% +2)30,1% 3) 43,0% 4) 35,2%. 5)Нет правильного ответа.

Решение: **(**22600-16200) / 22600 = 30%

**Раздел 8. Управленческий учет (экономическая прибыль, БОП, точки безубыточности по выручке, кромки безопасности и т.д.)**

**1. Точки безубыточности. Точки безубыточности по объему продаж (при однопродуктовой модели).**

Условие безубыточности: ***полные затраты равны выручке***

**TR = TC**

**(5.0)**

При этом выручка равна:

**TR = Q×P**

**(5.1)**

где Q - количество произведенного и *реализованного* товара, P - цена единцы товара.

С дуругой стороны, полные затраты записываются как:

**TC = FC + VC**

**(5.2)**

то, подставляя (5.1) и (5.2) в (5.0) получаем:

**(5.3)**

**Q×P = FC + VC = FC + Q×AVC**

или, решая относительно Q, имеем:

**(5.4)**

**Q = FC/(P-AVC)**

**Классическая формула расчета безубыточного объема продаж (один продукт)**

**Q = FC/(P-AVC)**



**(5.5)**

Пример:

**Пример:** Предприятие планирует продать свою продукцию по цене 500 ден. ед., постоянные расходы составляют 70 000 ден. ед., удельные переменные расходы на единицу продукции – 300 ден. ед. В точке безубыточности прибыль равна 0, тогда:

Q = 70 000/(500-300) = 70 000/200 = 350 ден. ед.

Если рассчитать все в стоимостном соотношении, то TR - 500×350 =175 000 ден.ед.

Графический метод дает наглядное представление о СVP-анализе и сводится к построению комплексного графика «затраты – объем производства – прибыль» (см. Рисунок 1ниже).

В прямоугольной системе координат строится график зависимости затрат и дохода от количества единиц произведенной продукции

По вертикали откладываются данные об издержках и доходе, по горизонтали – количество единиц продукции. Порядок построения графика следующий:

1. Чтобы нанести на график линию переменных расходов (VC), выбираем любой объем, предположим, 500 ед. и находим точку расходов, соответствующую этому объему: 300 • 500 =150 000 (точка А). Проводим линию переменных расходов через точки 0 и А.

2. Чтобы нанести линию постоянных расходов (TС), отметим на оси ординат точку, соответствующую 70 000 ед. (точка В), а от точки А вверх отложим 70 000 ед. (точка С). Используя точки В и С, проводим линию постоянных расходов параллельно линии переменных расходов. Линия ВС показывает общую сумму затрат.

3. Чтобы нанести на график линию выручки (TR), возьмем тот же условный объем продаж (500 ед.). Отметим точку Д, полученную от умножения цены единицы продукции на объем (500 • 500 = 250 000 ден. ед.). Проводим линию выручки через точки 0 и Д.

Критическая точка (точка перелома)1 образуется в месте пересечения линии выручки 0Д и линии валовых (совокупных) издержек ВС. В точке критического объема производства К нет прибыли и нет убытка.



**Рисунок №1. Графическое представление расчета точки безубыточности.**

**Задача 8.1.** Рассчитать точку безубыточности при: P = 120 руб./шт., AVC = 100 руб./шт., FC = 20 000 руб.

**Решение:** ***Q = FC/ (P-AVC) = 20 000 /(120 – 100) = 20 000/20 = 1000***

**Задача 8.2.** Рассчитать минимально возможную цену на продукцию, чтобы при AVC = 80 руб./шт. и FC = 18 000 руб. точка безубыточности достигалась при продаже 600 изделий.

**Решение:** ***Поскольку Q = FC/ (P-AVC) ⇨***

***P = FC/Q + AVC = 18 000/600 + 80 = 30 + 80 = 110***

**Задача 8.3.** Текущая Р = 60 руб./шт. Какой уровень AVC, если при FC = 12 000 руб. точка безубыточности достигается при продаже 1200 изделий.

***Решение:*** ***Поскольку Q = FC/ (P-AVC) ⇨***

***AVC = P - FC/Q = 60 - 12 000/1200 = 60 - 10 = 50***

**2.** **Точки безубыточности по выручке.**

Классическую точку безубыточности по выручке невозможно получить из рассмотренного выше соотношения (1.4)

В подобных случаях для выведения формулы необходимо обратится к более фундаментальным понятиям CVP анализа, а именно к тому факту, что в точке безубыточности выручка равна суммарным затратам, т.е. к соотношению (5.0):

**TR = TC**

**(5.6)**

Из соотношения (5.2) приходим:

**(5.7)**

**TR = TC = FC + VC**

если обозначить долю переменных затрат в выручке как **k = VC/TR[[1]](#footnote-1)**, то

**TR = FC + VC = FC + k × TR.**

**(5.8)**

откуда следует, что

**(5.9)**

**TRбу = FC/(1 - k)**



**Общая формула для классических точек безубыточности по выручке**

**TRбу = (FC) / (1-AVC/P)**

Если расчеты ведутся не в рамках Variable Costing, а в рамках Direct Costing формула записывается несколько в иной форме (почему):

Те же соотношения в рамках Direct Costing будет выглядеть:

**(5.10)**

**TC = DC + IDC**

**(5.11)**

**k\* = DC/TR**

**(5.12)**

**TR = DC + IDC = DC + k\* × TR.**

**(5.13)**

**TRбу = (DC) / (1-ADC/P)**

Формулу определения точки безубыточности по выручке применима и для многопродуктовых моделей, поэтому точка безубыточности по выручке применяется гораздо чаще, чем точка безубыточности по объему выпуска для однопродуктовой модели.

**Задача 8.4.** Фиксированные затраты равны 5 000, а косвенные – 8 000. Переменные затраты составляют 15 000, а прямые 12 000, из которых фиксированных прямых затрат 2000. Выручка составляет 30 000.

Найти точку безубыточности по выручке:

a) по данным Direct Costing;

b) по данным Variable Costing;

c) определить ошибку

**Решение:**

Точка безубыточности DC.

k = 12 000/30 000 = 0.4

TRбу = 8 000/(1-0,4) = 13 333

Точка безубыточности VC.

k = 15 000/30 000 = 0.5

TRбу = 5 000/(1-0,5) = 10 000

**3. Кромки безопасности**

***Кромка безопасности по выручке***: Кромка безопасности:

**(TR – PQтбв)/ TR**.

**(5.14)**

Для выручки КБ:

**(5.15)**

**(TR-TRтбв) / TR.**

Кромка безопасности по выручке говорит о том, сколько предприятие должно продать (из произведенного) чтобы не быть в убытке. Кромка безопасности меньше 30% - признак высокого риска.

***Кромка безопасности по цене*** показывает насколько надо снизить цену, чтобы прибыль обратилась в ноль. Это будет при критической цене:

**Рk = AC**

**(5.16)**

***Кромка безопасности по переменным затратам*** показывает насколько надо увеличить удельные переменные затраты, чтобы прибыль обратилась в ноль. Критическое значение AVC достигается при:

**(5.17)**

**AVC = P – AFC**

***Кромка безопасности по фиксированным затратам*** в абсолютном выражении равна прибыли



**В некоторой литературе кромку безопасности называют *запасом финансовой прочности,* а также *маржой безопасности.***

**Задача 8.5** Фиксированные затраты равны 4000. Переменные затраты составляют 12 000, а выручка – 24 000. Найти Точку безубыточности и кромку безопасности.

**Решение:**

Точка безубыточности по выручке

k = 12 000/24 000 = 0,5

TRбу = 4 000/(1-0,5) = 8 000

Кромка безопасности по выручке

Кромка безопасности = (TR - TRбу)/TR = (24 000- 8 000)/24 000 = 0,67

**Задача 8.6.** Производится один вид изделий. Сегодня выручка составляет 160 тыс. руб. Все затраты на управление и коммерческие затраты являются постоянными.

VC = 80 000;

FC = 10 000;

Затраты на управление и

коммерческие затраты = 50 000.

Какой должна быть выручка, чтобы добиться 20-процентной кромки безопасности?

**Решение:**

VC = 60 тыс. руб.;

Доля переменных затрат в выручке:

k = VC/TR = 80 / 160 = 0,5 тогда:

0,8TR = 60 + 0,5\*TR

имеем линейное уравнение относительно TR

0,3\*TR = 60

откуда

TR = 200 тыс. руб.

Ответ: искомая величина выручки TR = 200 000

**Задача 8.7.** Какой должна быть выручка, чтобы добиться 40-процентной кромки безопасности? Если DC = 80 000; Косвенные производственные = 20 000; Затраты на управление и коммерческие затраты = 20 000.

В чем может заключаться ошибка?

**Решение:**

В данной задаче нам неизвестен объем текущей выручки, но из определения кромки безопасности получаем:

0,4 = (TR – TRбу)/TR или 0,4TR = TR – (DC + IDC)

После несложных преобразований имеем:

TR – 0,4TR = 0,6TR = DC + IDC

Тогда (в тысячах рублей):

0,6TR = DC + IDC = 80 + (20+20) = 120 или

TR = 120/0,6 ⇨ TR = 200

Ответ: искомая величина выручки TR ≥ 200 00, так как мы, скорее всего, не знаем всех прямых затрат

**4. Вклад на покрытие**

Формула расчета точки безубыточности по объему продаж имеет еще важное значение: пользуясь ею можно рассчитать цену на продукт для определение целевого вклада на покрытие, а также и наоборот - вклад на покрытие для расчета цены.

**Задача 8.8.** Два студента ВШЭ решили открыть парикмахерскую в новом микрорайоне г. Москвы. Количество кресел для мастеров 2 шт. Стоимость аренды помещения 74 тыс. руб. в месяц, амортизация оборудования и мебели - 11 тыс. руб. в месяц. Какова должна быть минимальная средневзвешенная цена обслуживания одного клиента, если планируемое количество клиентов обслуживаемых парикмахерской в один день составляет 34 человека, парикмахерская работает 25 дней в месяц, а 60% выручки идет на выплату мастерам.

**Решение:** Вклад на покрытие = P – AVC. Парикмахерская обслуживает 34 ×25= 850 клиентов в месяц, тогда вклад на покрытие фиксированных расходов на одного клиента равно = (74 000+11 000)/850 = 100 рублей.

Поскольку 60% от цены идет на оплату труда и расходные материалы мастеров, то:

 P – AVC = P – 0,60P = 100 руб.

 Или

P(1-0,62) = 100 руб.

Решая относительно Р окончательно имеем:

Р = 750 / 0,4 = 250 руб.

Ответ: Р = 250 руб.

**Раздел 9. Финансовый учет.**

**Способы начисления амортизации:**

1. Равномерный метод. Амортизационные отчисления списываются равными долями в течение всего срока полезной службы актива.

Пример: Срок службы ОС 5 лет. Амортизируемая стоимость 100 тыс. руб. Ежегодно списываем (т.е. начисленная за год амортизация): = 100/5 = 20 тыс.

2. Метод уменьшаемого остатка. Сумма амортизационных отчислений определяется исходя из остаточной стоимости объекта основных средств на начало отчётного года и нормы амортизации, исчисленной исходя из срока полезного использования этого объекта. Может применяться увеличивающими или уменьшающими коэффициентами (по РСБУ от 1 до 3)

Пример: Срок службы ОС 5 лет. Амортизируемая стоимость 100 тыс. руб. Ежегодно списываем по 100%/5 = 20% стоимости:

1 год 100тыс.руб.×20% = 20 тыс.руб.

2 год (100 - 20) ×20% = 16 тыс. руб.

3 год. (80-16) ×20% = 12,8 тыс. руб.

4 год (64-12,8) ×20% = 10,24 тыс. руб.

5 год (51,2-10,24) ×20% = 8,192 тыс. руб.

Всего списано: 20+16+12,8+1,24+8,192 = 67,232 ≠100

Пример 2: Срок службы ОС 5 лет. Амортизируемая стоимость 100 тыс. руб. Коэффициент ускорения - 2. Ежегодно списываем по 100%/5 = 20% стоимости:

1 год 100тыс.руб.×20% × 2 = 40 тыс.руб.

2 год (100 - 20) ×20% × 2 = 24 тыс. руб.

3 год. (80-16) ×20% × 2 = 14,4 тыс. руб.

4 год (64-12,8) ×20% × 2 = 8,64 тыс. руб.

5 год (51,2-10,24) ×20% × 2 = 5,184 тыс. руб.

Всего списано: 40+24+14,4+8,64+5,184 = 92,224

3. Метод суммы изделий. Этот метод предполагает использование для исчисления амортизации натуральных объёмов произведённой этим активом продукции в год.

**Способы получения доходов (понесения расходов)**

**Доход:**

1. Увеличение активов;

2. Уменьшение обязательств;

3. Комбинация 1 и 2

**Расход:**

1. Уменьшение активов;

2. Увеличение обязательств;

3. Комбинация 1 и 2

**Задание 5.** Используя определение доходов (расходов) покажите. что:

1. Получение (погашение) кредита не является доходом (расходом)

|  |
| --- |
| Капитал = Активы - Обязательства |
| При получении кредита, на одну и ту же сумму увеличиваются и активы |
| И обязательства. Поскольку Капитал остается неизменным, то тогда, |
| по определению доходов (расходов) эта ОХД не является доходом (расходом) |

2. Получение (выплата) аванса не является доходом (расходом)

|  |
| --- |
| Капитал = Активы - Обязательства |
| При получении кредита, на одну и ту же сумму увеличиваются и активы |
| И обязательства. Поскольку Капитал остается неизменным, то тогда, |
| по определению доходов (расходов) эта ОХД не является доходом (расходом) |

**Термины финансового учета. Поступления - доходы. Выплаты - расходы**

Денежные поступления ≠ доходы, а выплаты ≠ расходам.

**Задание 6.** В таблице приведенной ниже покажите поступления не являющиеся доходами и выплаты, не являющиеся расходами .

|  |  |
| --- | --- |
| **Хозяйственная операция** | **Вид операции** |
| Выплачена заработная плата служащим | Выплаты, но не расходы |
| Получен аванс от покупателей | Поступления, но не доходы |
| На р/счет поступили денежные средства вырученные при IPO (первичное размещение акций). Деньги поступили на р/счет. | Поступления, но не доходы |
| В соответствии с решением собрания акционеров Общества с р/счета выплачены дивиденды в размере 2 млрд. рублей | Выплаты, но не расходы |
| Получен кредит в банке | Поступления, но не доходы |
| Погашен кредит в банке | Выплаты, но не расходы |
| Погашение кредиторской задолженности | Выплаты, но не расходы |
| Погашение клиентом дебиторской задолженности | Поступления, но не доходы |
| Выплата ранее начисленных налогов | Выплаты, но не расходы |

**Задача 9.1.** На расчетный счет предприятия «А» в мае 2016 года поступил аванс от покупателей в счет будущей поставки товаров в сумме 30 000 руб. (включая НДС). Других операций в мае 2016 предприятием «А» не производилось. Как изменится финансовый результат предприятия «А» в финансовом учете за май 2016 года?

*Решение:* Аванс не является доходом, поэтому финансовый результат не изменится.

Ответ: Финансовый результат не изменится

**Задача 9.2.** В отчете о движении денежных средств за год показано поступление денежных средств от покупателей в сумме 297 д.е. включая 90 д.е. полученных от покупателей авансов. Сальдо балансовой статьи «Счета к получению» на начало года составили 108 д.е. и на конец года – 1800 д.е. Исходя из приведенной информации, объем продаж за отчетный год составил:(налогами пренебречь)

*Решение:* Объем продаж равен =297-90+1800-108 = 1899.

Ответ: 1899 д.е.

**Задача 9.3.** Период оборачиваемости дебиторской задолженности организации равен 60 дням. В текущем отчетном периоде (квартал) средняя дебиторская задолженность организации составила 80 т.р. Чему равна выручка за квартал? Для упрощения, считать что в году 360 дней.

*Решение:* Коэффициент оборачиваемости ДЗ = 360/60=6 тогда выручка = 80\*6 = 480

Ответ: 480 т.р.

**Задача 7.** Имеются следующие данные о поступлении товара «А» за май 2ХХХ года:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Дата поступления | Кол-во (шт.) | Цена за единицу(руб.) |
| 2 мая  | 10  | 11 |
| 5 мая  | 20 | 12 |
| 12 мая | 30 | 12 |
| 14 мая | 100 | 10 |
| 25 мая | 10 | 14 |
| 26 мая | 20 | 15 |
| ИТОГО | 190 |  |

Остатка товара на начало мая не было . В мае реализовано 150 шт. товара А по цене 20 руб.за штуку. Сбытовые расходы составили 200 руб.

Требуется : используя метод average cost, для определения себестоимости реализованного товара определить операционную прибыль за май 2ХХХ года.

*Решение:*

Ответ: 1102,6 т.р.

**Раздел 10. Производные финансовые инструменты**

**Задача 10.1.** Рассмотрим трехмесячный форвардный контракт на покупку акции, по которой не выплачиваются дивиденды. Пусть спотовая цена акции равна $40, а безрисковая процентная ставка начисляемая непрерывным способом - 5%. Рассчитать безарбитражную форвардную цену контракта.

|  |
| --- |
| Используя формулу (1.16) имеем: F0 = 40\*e0,05\*3/12 = 40,50 |
| е0,5\*3/12 = 1,012578 |

**Задача 10.2.** Пусть форвардная цена контракта рассматриваемого в задаче №11 достаточно высока и составляет $43. Рассчитать по этим данным финансовый результат по длинной позиции контракта.

|  |
| --- |
| Займ денег обойдется = 40\*e0,05\*3/12 = 40,50  |
| Прибыль = 43-40,50 = 2,50 |

**Задача 10.3.** Пусть форвардная цена контракта рассматриваемого в задаче №11 достаточно низка и составляет $39. Рассчитать по этим данным финансовый результат по короткой позиции контракта.

|  |
| --- |
| Продажа актива даст 40. Инвестируем 40 под безрисковую ставку на три месяца  |
| Получаем = 40\*e0,05\*3/12 = 40,50 Покупаем актив по 39 и закрываем позицию |
| Финансовый результат = 40,50 - 39 = 1,50 |

**Задача 10.4.** Допустим, инвестор приобрел 100 фьючерсных контрактов: "**Soybean, (CBT) -5,000 bu; cents per bu** по цене $6,02 за контракт. Если он продаст контракты через месяц по цене $6,12, какой будет доходность его инвестиций в пересчете на год? Ответ округлить до двух знаков после запятой.

|  |
| --- |
| Рост за месяц = 6,12/6,02 = 1,016611, за год рост = 1,01661112 = 1,218594  |
| Тогда доходность за год = (1,218594 - 1)\*100% = 21,86% |

**Задача 10.5.** Инвестор хочет хеджировать свой портфель ценных бумаг стоимостью $5,05 млн. и β=1,5. Значение индекса S&P 500 - 1000, фьючерсная цена индекса - 1010. Денежная величина фьючерсного контракта равна индексу умноженному на 250. Сколько контрактов на фондовый индекс S&P 500 ему необходимо приобрести?

|  |
| --- |
| h\*= β, тогда N=1,5\*5050000/(250\*1010)=30 потребуется 30 контрактов  |
| Чем выше бета актива, тем больше контрактов надо для хеджирования |

**Задача 10.6.** Какую бету будет иметь хеджированный портфель из задачи №17? Как получить бету = 0,5? Бету равную 0,75?

|  |
| --- |
| Бета хеджированного портфеля равна 0  |
| Для получения бета = 0,5 надо взять 10 контрактов, для 0,75 - 15 контрактов |

**Задача 10.7.** Предположим. что Вы выбрали для Вашего портфеля состоящего из одного вида акций стратегию защитного опциона пут. Цена исполнения опциона пут (Х) равна $100. Рассчитайте стоимость портфеля если:

а) акция продается по цене $97;

b) акция продается по цене $104

|  |
| --- |
| а) стоимость портфеля равна $100 = стоимость акции $97 + стоимость опциона $100-$97 |
| b) стоимость портфеля $104, поскольку опцион ничего не стоит и не исполняется |

**Задача 10.8.** Допустим, некий пенсионный фонд имеет в своем портфеле 10 000 акций компании ААА по текущей цене $90 за акцию. Руководство компании намерено продать все эти акции, если цена достигнет $100 за акцию, а опцион колл, с ценой исполнения $100 истекающий через 60 дней, продается сейчас за $1,50. Рассчитайте экономический результат применения покрытых опционов колл и обоснуйте его.

|  |
| --- |
| Продав 100 опционов колл по 100 акций в каждом контракте за $150 компания может получить  |
| $15 000 прибыли. При этом непонятно смогла бы компания реализовать свои намерения |
| И каким было бы изменение цены через 60 дней. |

**Задача 10.9.** Некая нефтяная компания ожидает решения арбитражного суда в Гааге по поводу иска о загрязнении окружающей среды Карибского бассейна поданного группой стран. Суд может наложить на компанию крупные штрафные санкции, которые снизят стоимость ее акций на 50%, но в то же время, суд может возложить ответственность за загрязнение Карибского бассейна на все нефтяные компании работающие в этом регионе и цена акций компании может увеличиться на 25%, поскольку санкции в таком случае будут минимальными, а курс акций в прошлом "отыграл" новость о подаче иска. В настоящий момент акции продаются по цене $100. Рассчитайте экономический эффект стрэддла на эти акции, если цена исполнения опционов $100, а стоимость опционов колл и пут равны соответственно $2,5 и $4,5, при этом:

а) реализовался самый пессимистический для компании сценарий;

b) реализовался самый оптимистический для компании сценарий;

с) решение суда было таково, что цена акций упала на 4,5%;

d) решение суда было таково, что цена акций выросла на 3,5%;

|  |
| --- |
| а) Колл ценности не имеет. реализуя пут имеем Р=100-100\*0,5-2,5-4,5=**$43** |
| b) Пут ценности не имеет. реализуя колл имеем Р=100\*1,25-100-2,5-4,5=**$18** |
| с) Колл ценности не имеет. реализуя пут имеем Р=100-100\*(1-0,045)-2,5-4,5=**-$2,5** |
| d) Пут ценности не имеет. реализуя колл имеем Р=100\*1,035-100-2,5-4,5=-**$3,5** |

1. Внимание: после расчета k, выражение VC= k\*TR действительно для любых TR, а не только для текущей выручке, по которой расcчитывался k [↑](#footnote-ref-1)